

UDK:624.131.52(045)

RACIONALNA DEBLJINA TEMELJNE PLOČE I
STATIČKI MODUL REAKCIJE TLA - MEDJUSOBNA
ZAVISNOST I DIJAGRAMI ZA NJIHOVO ODREĐJIVANJE

Mirosljub Samardaković

1. UVOD

Kao što je poznato, kompletna analiza interakcije podrazumeva određivanje napona i deformacija u telima koja su u kontaktu, uzimajući u obzir raspodelu pomeranja i pritisaka duž kontakta. U savremenoj stručnoj praksi pokazuje se (npr. analizama uz DIN 4018,1974) da rezultati proračuna sila u savitljivoj (fleksibilnoj) temeljnoj ploči ili gredi uz klasičnu pretpostavku oslanjanja na tlo u smislu Winkler-ovog modula reakcije ne zaostaju za rezultatima po pretpostavci oslanjanja na elastičan ili složeni poluprostor - pod uslovom da se vrednost modula reakcije odredi u skladu sa savremenim naučnim saznanjima. U ranijem članku autora (1988) izložen je pregled tih saznanja sa postupcima određivanja modula reakcije za potrebe dimenzionisanja savitljivog temelja, uz uslove za koje je primena Winkler-ovog modela opravdana (generalno za fleksibilnije temelje, nekoherentnija i heterogenija tla).

Prema definiciji, modul reakcije (k_s) datog temelja u posmatranoj tački kontakta sa tlom je

$$k_s = p/s \quad (1)$$

gde su i kontaktni pritisak (p) i sleganje (s), jednako za tlo i temelj u toj tački, nepoznati.

Uz najopštiju sistematizaciju mnogobrojnih geometrijskih, mehaničkih i fizičkih uticaja, sažeto se zaključuje da raspodela kontaktnog pritiska (i sleganja), a time i raspodela i veličina modula reakcije zavisi od stepena krutosti¹ temelja sa objektom i od deformabilnosti temeljnog tla.

Za krute temelje raspodela sleganja i kontaktnog pritiska smatra se linearnom pa modul reakcije nije od značaja.

Za savitljive temelje raspodela ugiba - sleganja je nelinearna pa će računske veličine kontaktnih pritisaka (a time i presečnih sila i armature u ploči) zavisiti od odabranih vrednosti modula reakcije u pojedinim zanoma kontaktne površine.

Veličina modula reakcije može se odrediti uvodeći uprošćenje da je i za savitljiv temelj raspodela prosečnog kontaktnog pritiska linearna. Za takav pritisak i poznate pokazatelje deformabilnostitla može se sračunati prosečno sleganje, a zatim iz (1) i odgovarajuća veličina k_s . Preko formula za sleganje dobija se i k_s u funkciji pokazatelja deformabilnostitla za date uslove (npr. Grasshoff, Kany, 1982). Teškoće koje se ovde javljaju vezane su za određivanje pokazatelja deformabilnosti i proračun sleganja.

Istu kritiku trpe i svi drugi postupci sa empirijskim ili teorijskim formulama za određivanje k_s preko pokazatelja stišljivosti tla određenih laboratorijskim ili terenskim opitima.

¹ Pokazatelji i kriterijumi za podelu temelja na savitljive i krute dati su npr. u Pravilniku (**1990).

Drugi, češće primenjivani postupak je određivanje k_s za dati savitljivi temelj na osnovu modula reakcije (k_p) za krutu kvadratnu ploču ivice $B_p = 0,30$ m, koji bi se dobio opitom probnog opterećenja (ili iz literature za datu vrstu i stanje tla) na koti temeljenja, kao

$$k_p = p/s_p \quad (2)$$

gde je p pritisak probne ploče na tlo jednak očekivanom računskom linearno podeljenom pritisku na kontaktu temelj-tlo (kao u (1)), a s_p njemu odgovarajuće sleganje ploče. Tehnički uslovi izvođenja ovog opita navedeni su u ranijem radu (1988). U praksi se može polazna veličina k_p uzeti iz neke od tabela sa sistematizovanim empirijskim rezultatima, od kojih se ovde predlaže Tabela 1 (Selvadurai, 1979).

Tabela 1. VELICINA k_p ZA KRUTU KVADRATNU PLOČU IVICE $B_p = 0,30$ m

Vrsta tla	k_p [MN/m ³]
Sljunak; mesavina sljunak-pesak; bez ili sa malo veziva	135-190
- dobro građuiran	80-135
- slabo građuiran	
Mesavina sljunak-pesak-glina, dobro građuirana	110-190
Sljunak sa vezivom, vrlo prasinovit ili glinovit; mesavina sljunak-pesak-glina, slabo građuirana	70-135
Pesak ili sljunkoviti pesak bez ili sa malo veziva; mesavina pesak-glina; dobro građuirani	70-155
Pesak bez ili sa malo veziva, slabo građuiran	55-90
Pesak sa vezivom, vrlo prasinovit ili glinovit; mesavina pesak-glina slabo građuirana	50-90
Prasina (neorganska) i vrlo sitan pesak; kameno brasno; prasinovit ili glinovit sitan pesak niske plasticnosti	40-80
Glina (neorganska) niske do srednje plasticnosti; peskovita ili prasinovita posna glina	30-60
Glina (neorganska) visoke plasticnosti; masna glina	10-40
Muljevito ili diatomatsko sitno-peskovito i prasinovito tlo; elastčna prasina	10-50
Organska prasina i organska glina niske plasticnosti	25-50
Organska glina srednje do visoke plasticnosti	10-30

* Miner, D.F., Seastone, J.B. (Editors) (1955): *Handbook of engineering materials*, Wiley, New York - prema Selvadurai (1979), 412-413.

Veličina k_s za dati temelj može se odrediti iz (3) na osnovu (1) i (2) i poznatog k_p , uvodeći i druge uticaje kroz odnos sleganja probne ploče i temelja (S_p/S) za isto p , kako sledi.

Osnovni nedostatak ovakvog pristupa je (ne)mogućnost da k_p reprezentuje temeljno tlo do dubine efektivnog dejstva temelja, koja je znatno veća nego za probnu ploču, pri čemu ni eventualna heterogenost dubljih slojeva nije uzeta u obzir.

2. ŠIRINA EFEKTIVNOG DEJSTVA, RACIONALNA DEBLJINA PLOČE I MODUL REAKCIJE TLA

Za poznato k_p , određeno opitom ili iz Tabele 1, iz (1) i (2) dobija se

$$k_s = k_p (S_p/S) \quad (3)$$

Pri jednakom računskom kontaktnom pritisku, ovde je odnos sleganja probne ploče i sleganja temelja dimenzija $B \times L$ ($B \leq L$) na dubini D , za nekoherentno i koherentno tlo,

$$C=0: \quad S_p/S = [(B+B_p)/2B]^2 \cdot (1+2D/B), \quad D/B=0,5 \text{ za } D/B>0,5 \quad (4)$$

$$C \neq 0: \quad S_p/S = [B_p/B] \cdot (2+B/L)/3 \quad (5)$$

Prema Scott-u (1981), koji kritički analizira radove drugih autora, posebno Meyerhof-a (1965)², izraze u uglastim zgradama teorijski je postavio Kögler (1933)³, a

² Meyerhof, G.G. (1965): "Shallow foundations", Proc. ASCE, Journal SMFD, SM2, 21-31.

³ Kögler, F. (1933): "Discussion of soil mechanics research", Trans. ASCE, 98, 299-301.

empirijski ih potvrdio Terzaghi (1955)⁴, sa koeficijentom oblika stope za koherentno tlo u (5), koga Smith i Pole (1980) za nekoherentno tlo svode na jedinicu. Koeficijent dubine u (4) uvodi se samo za nekoherentno tlo, razvio ga je Teng(1962)⁵, a drugi istraživači potvrdili - kako navodi Selvadurai (1979).

U postupku za određivanje k_s prema (3)-(5), za dati savitljivi temelj-ploču na datom tlu čije je k_p poznato, treba odrediti i nepoznatu vleičinu B. Ona za ploču sa tačkastim opterećenjem (od stubova) predstavlja širinu efektivnog dejstva (B_{ef}) jednog stuba preko ploče na tlo, koja zavisi od karakteristika ploče (E, ν i debljine h) i deformabilnosti tla tj. od tražene veličine statičkog modula reakcije tla (k_s). Zbog međusobne zavisnosti nepoznatih B_{ef} i k_s za dato k_p i debljinu ploče, u ranijem radu autora (1988) predloženo je njihovo određivanje iterativnim postupkom sukcesivne aproksimacije.

Širina efektivnog dejstva (B_{ef}) stuba na tlo preko neograničene tanke (savitljive) ploče može se usvojiti kao širina sivalentne kvadratne površine

$$B_{ef} = 5(1/\lambda) = 5 \{ Eh^3 / [12(1-\nu^2)k_s] \}^{1/4} \quad (6)$$

uz napomene i prema autorima navedenim u pomenutom članaku (1988).

Ako bi razmak (B) stubova na ploči bio jednak širini efektivnog dejstva (B_{ef}), susedne površine efektivnog dejstva bi se dodirivale - što se na datom tlu može ostvariti izborom odgovarajuće debljine ploče koju, sa ovog aspekta, možemo nazvati racionalnom debljinom (h_r). Za $h > h_r$ susedne površine efektivnog dejstva bi se pre-

4. Terzaghi, K. (1955): "Evaluation of coefficients of subgrade reaction", *Geotechnique*, 5(4), 297-326.

5. Teng, W.C. (1962): *Foundation design*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

klapale ($B < B_{ef}$) pa bi za određivanje k_s (4), (5) umesto B_{ef} uveli B kao razmak stubova, odnosno kao fizičku širinu temeljnog nosača - grede.

Prema ACI(1966)⁶ (Teng, 1975) ploča se može smatrati krućom, a raspodela kontaktnog pritiska linearnom ako je gustina stubova ujednačena, opterećenja od susednih nisu veća za više od 20% i ako je razmak između stubova

$$B < 1,75(1/\lambda) \quad (7)$$

Dakle, za obično poznati raspored i razmak stubova (B) i K_p za dato tlo, na osnovu uslova $B_{ef}=B$ može se iz (3)-(5) odrediti k_s , a zatim iz (6) odgovarajuća racionalna (minimalna) debljina (h_r) savitljive ploče. Iz (6) i (7) sledi da se ova ploča može smatrati krutom ako ima debljinu

$$h_k > (5/1,75)^{4/3} h_r = 4,054 h_r \quad (8)$$

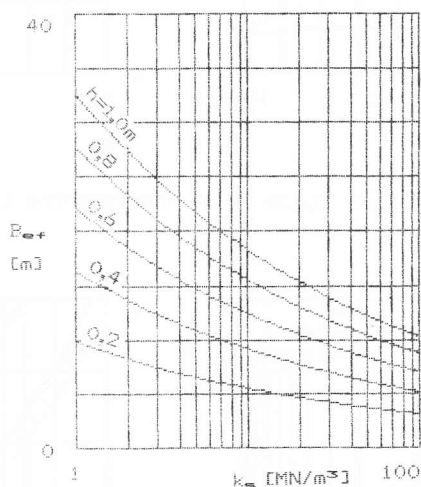
Za slučaj kada se, zbog male debljine ploče ($h < h_r$) ili zbog drugog razloga, procenjuje da je $B_{ef} < B$ tj. kada je B_{ef} nepoznato, nepoznato je i k_s pa se obe međusobno zavisne veličine mogu odrediti samo sukcesivnom aproksimacijom, iteracijom koja uključuje i pretpostavljanje odnosa B/L i D/B u (4) i (5).

Radi jednostavnijeg, direktnog određivanja (bez iteracije) veličina B_{ef} tj. h_r i k_s za savitljivu ili krutu ploču na tlu sa poznatim k_p , u ovom radu daju se dijagrami urađeni iz (3)-(6) savremenim računsko-grafičkim programom (Math-Cad), pogodni za primenu u stručnoj praksi. Za istraživačke potrebe, dijagrami omogućavaju laku procenu pojedinih graničnih veličina kao i važnost (opravdanost) uvodjenja ili zanemarivanja pojedinih uticaja.

⁶ ACI(1966): American Concrete Institute Committee, 436 Report, ACI Journal, Oct.

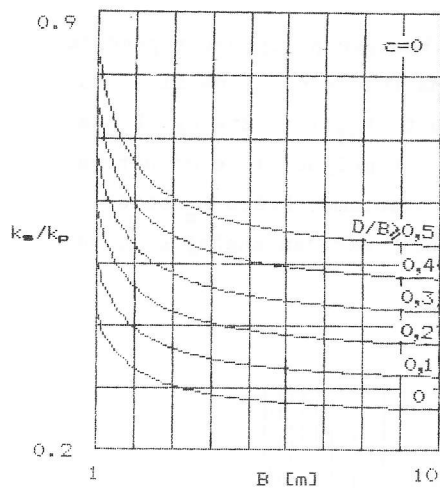
3. DIJAGRAMI ZA ODREĐJIVANJE RACIONALNE DEBLJINE PLOČE I MODULA REAKCIJE TLA

Za temeljno tlo kao homogen poluprostor predstavljen modelom Winkler-a, prema (6) je uradjena Sl.1. sa dijagramom medjusobne zavisnosti B_{ef} i (poznatog) k_s za uobičajene debljine savitljive temeljne ploče od betona sa standardnim elastičnim konstantama. Pošto k_s obično tek tražimo, ovaj dijagram ima praktičan značaj samo sa ostalima.

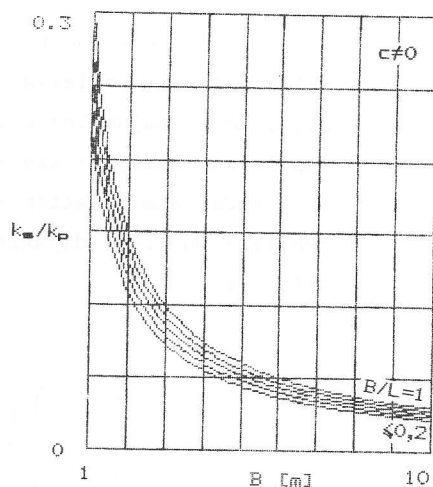


Sl.1. Relacija B_{ef} - k_s (6) za različite debljine ploče (h).
 $E=21000$ MPa, $\nu=1/6$.

Dijagrami na Sl.2. predstavljaju teorijsko-empirijske relacije (3)-(5) sa detaljno uvedenim uticajem relativne dubine (D/B), značajne za nekoherentno tlo (Sl.2a) i oblika (B/L) površine efektivnog dejstva. bitne za koherentno tlo (Sl.2b).

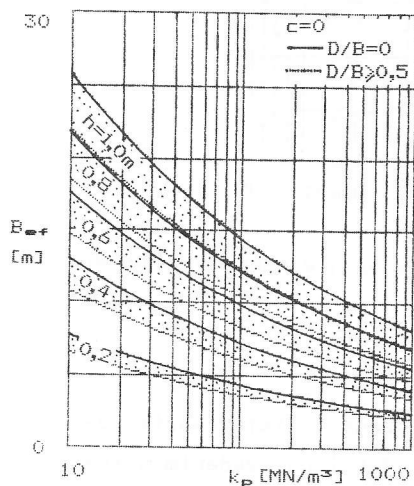


a)

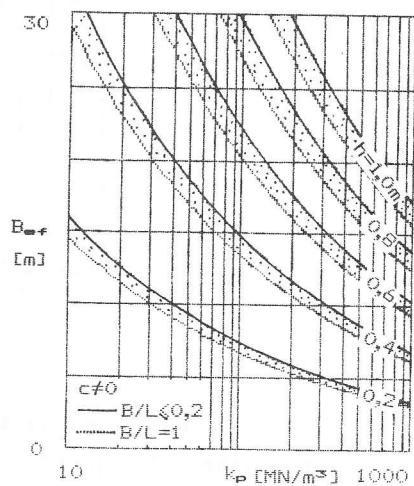


b)

Sl.2. Relacija k_{∞}/k_p - B (3,4,5) za a) nekoherentno i b) koherentno tlo.



a)



b)

Sl.3. Relacija B_{∞} - k_p (3,4,5,6) za različite debljine ploče na a) nekoherentnom i b) koherentnom tlu.

Za poznatu veličinu k_p (odabranu iz Tabele 1) i širinu efektivnog dejstva (B_{ef}), odnosno merodavno odsto-
 janje⁶ stubova ($B \leq B_{ef}$), sa Sl.2 se dobija veličina modula
 reakcije k_s , potrebna za odredjivanje uticaja u ploči.

Sa Sl.3, uradjene preko (3)-(6) sa manje detalj-
 nim uvodjenjem uticaja D/B i B/L , za poznato k_p tla i
 odabranu debljinu ploče (h) direktno se može očitati ši-
 rina efektivnog dejstva (B_{ef}) jednog stuba. Ili, za dato
 k_p i željeni merodavni razmak stubova $B=B_{ef}$ dobija se od-
 govarajuća minimalna-racionalna debljina ploče ($h=h_r$).

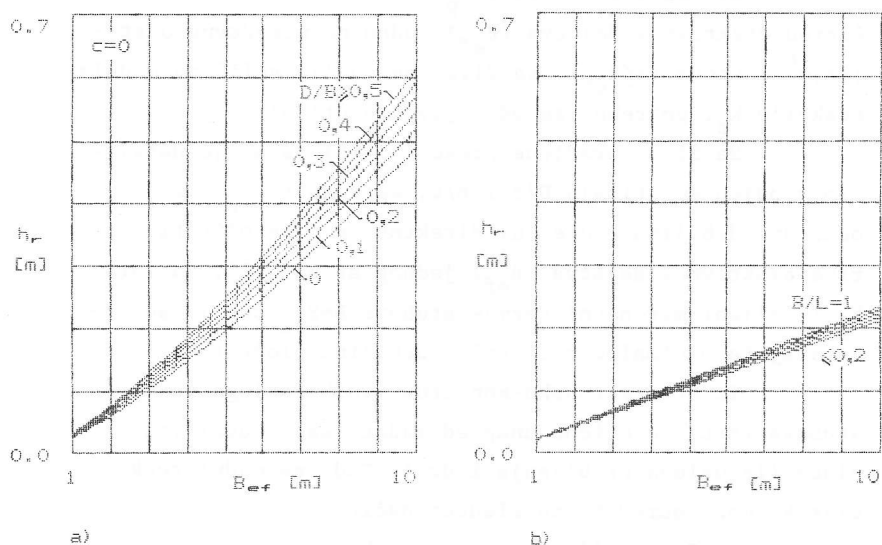
Iz arhitektonsko-konstruktivnih razloga raster
 stubova ($B \times L$) je obično unapred zadat, kao i debljina
 ploče (iz uslova probijanja i dr.). Tada se modul reak-
 cije k_s može odrediti na sledeći način:

Sa Sl.3 očitava se B_{ef} pa ako je merodavan raz-
 mak stubova $B(L) \leq B_{ef}$ za taj razmak sa Sl.2 očitava se
 (k_s/k_p) i sračuna $k_s = (k_s/k_p) k_p$. Za $B(L) > B_{ef}$ očitava se
 (k_s/k_p) za B_{ef} i sračuna k_s .

U koliko debljina ploče nije zadata, sa Sl.3
 za k_p i racionalni uslov $B_{ef}=B(L)$ očitava se potrebna raci-
 onalna (najmanja) debljina ploče $h=h_r$, a sa Sl.2. za isti
 uslov (k_s/k_p) tj. k_s .

Zbog detaljnijeg uvodjenja uticaja D/B i B/L
 i preciznijeg odredjivanja racionalne debljine ploče, kori-
 sno je za dato k_p uraditi dijagrame kao na Sl.4, koji
 predstavljaju specijalan slučaj opštijeg ali manje detalj-
 nog rešenja sa Sl.3. Na Sl.4 dati su dijagrami za nekohe-
 retno i koherentno tlo sa modulom reakcije $k_p = 50 \text{ MN/m}^3$ za
 probnu ploču ivice $B_p = 0,30 \text{ m}$.

⁶ U članku autora (1988), str.62, dato je tumačenje merodavnog
 odstojanja za pravougaoni raster ($B \times L$) stubova.



Sl.4. Relacija h_r - B_{ef} (3,4,5,6) za $k_p=50 \text{ MN/m}^3$ na
a) nekoherentnom i b) koherentnom tlu.

Sa ovakvih dijagrama na Sl.4 , uradjenih za dato k_p , iz uslova $B_{ef}=B(L)$ odredjuje se $h=h_r$ ili za zadato $h=h_r$ odgovarajuće B_{ef} . Zatim se sa Sl.2 odredjuje k_s kako je napred rečeno.

4. PRIMER PRIMENE DIJAGRAMA

Prema postupcima izloženim u ovom i ranijem radu autora (1988), odredjivane su racionalne debljine i statički moduli reakcije za temeljne ploče više novih značajnijih objekata u Nišu (Tržni centar sa podzemnim prolazima na Trgu oslobođenja, objekat McDonald's, Tržno-poslovni centri Ambasador i Zona III).

Za objekat "Zona III" (Samardaković,1991), na osnovu sastava i sklopa terena procenjeno je da se može usvojiti da je temeljno tlo nekoherentno sa $k_p=50 \text{ MN/m}^3$

(Tabela 1). Predviđen je raspored stubova sa $B=L=7,20$ m i temeljnom pločom na dubini $D=2,00$ m.

Za $B=L=B_{ef}=7,20$ m i $D/B=2,00/7,20=0,28$ sa Sl.3a dobija se racionalna debljina ploče $h_r = 0,35$ m, uz više interpolacija pri čitanju. Sa Sl. 4a lako se očitava tačna debljina $h_r=0,37$ m. Za ovakvu savitljivu ploču i opterećenje, sa Sl.2a dobija se $k_s/k_p=0,42$ i modul reakcije $k_s=(k_s/k_p)k_p=0,42\cdot 50=21$ MN/m³. Prema (7) i (8), ploča bi se mogla smatrati krutom pri debljini $h_k > 4,054$ $h_r=4,054\cdot 0,37=1,50$ m.

Iz ovog tipičnog primera vidi se da racionalna debljina ploče odgovara uobičajeno usvajanoj debljini za dati raster stubova, a da veličina modula reakcije (k_s) iznosi 40% vrednosti k_p iz Tabele 1 (odakle se k_p najčešće pogrešno, bez korekcije, uvodi u proračun uticaja u ploči kao $k_s=k_p$). Iz (6) se vidi da su za ovoliko k_s el.dužina ($1/\lambda$) i širina efektivnog dejstva veće za 25% od vrednosti sračunatih za k_p .

5. ZAKLJUČNE NAPOMENE

Iz rešenja za proračun statičkih uticaja u temeljnoj gredi i ploči na tlu kao linearno deformabilnom Winkler-ovom prostoru (npr. Nonreiller, 1979) vidi se da ovi uticaji zavise od vrednosti trigonometrijskih i hiperboličnih funkcija četvrtog korena modula k_s pa njegova veličina "ne utiče mnogo na rezultate". Ipak, u praksi ima drastično pogrešnih, nepotrebno grubo uprošćenih i neekonomičnih rešenja, što se može posebno analizirati. Velika međusobna razlika k_s i k_p i jednostavno odredjivanje k_s iz dijagrama datih u ovom radu opravdavaju njihovu primenu zbog veće ekonomičnosti rešenja kao i iz principijelnih stručnih razloga.

Ovo po gotovu kada savremeni kompjuterski programi omogu-

čavaju proračune za promenljiv poprečni presek i promenljiv modul reakcije duž osa temelja, čime rešenja za određene uslove postaju i realnija od onih dobijenih znatno složenijim proračunima za složenije modele tla.

Analizirajući značaj pojedinih uticaja u relacijama (3) - (6) prikazanim dijagramima, za praksu se, između ostalog, može uočiti:

a) za uobičajeni opseg $k_p = 30 - 100 \text{ MN/m}^3$ i $B = B_{ef} = 6 \text{ m}$ racionalna debljina ploče na nekoherentnom tlu $h_r = 20 - 30 \text{ cm}$ pri $D/B = 0$ (pri $D/B \geq 0,5$ veća je za 5 cm), a na koherentnom tlu $h_r < 20 \text{ cm}$ (Sl.3);

b) za $k_p = 50 \text{ MN/m}^3$ i $B_{ef} = 6 - 10 \text{ m}$ racionalna debljina je $h_r = 0,30 - 0,60 \text{ m}$ na nekoherentnom i $h_r = 0,15 - 0,20 \text{ m}$ na koherentnom tlu (Sl.4);

c) odnos k_s/k_p bitno ne zavisi od B/L i za $B \geq 6 \text{ m}$ praktično se ne menja, pri čemu za koherentno tlo sa porastom dubine od $D/B = 0$ do $D/B \geq 0,5$ raste do dvostruke vrednosti. Pri jednakom k_p , za $B \geq 6 \text{ m}$ prosečno k_s nekoherentnog tla veće je ≥ 8 puta od k_s koherentnog tla (Sl.2).

Primenom dijagrama na Sl.2 i 3 omogućeno je direktno i preciznije određivanje racionalne debljine savitljivog temeljnog nosača-ploče (h_r) za dati raster stubova ($B \times L$) i modul reakcije tla (k_p) određen pločom ivice $0,30 \text{ m}$.

Jedna od osnovnih pretpostavki u izvodjenju navedenih rešenja je da se opterećenja od susednih stubova bitno ne razlikuju, orijentaciono ne više od 20%.

Kriterijumi za izbor merodavnog odstojanja stubova (B ili L) koje se upoređuje sa širinom efektivnog dejstva jednog stuba (B_{ef}), kao i uslovi za koje primena Winklerovog modela može da ima prednost u odnosu na složenije modele tla navedeni su u ranijem članku autora (1988).

6. B I B L I O G R A F I J A

- *** DIN 4018(1974), Beiblatt za DIN 4018(1981). DIN Taschenbuch 36, Beuth Verlag, Berlin, 1983.
- GRASSHOFF, H., KANY, M. (1982): "Berechnung von Flächen-gründungen", poglavlje 2.2 u Grundbau Taschenbuch (Smoltezyk, U., Hreg.), 3. Auflage, Teil 2, W. Ernst und Sohn, Berlin, 63-67.
- NONVEILLER, E. (1979): *Mehanika tla i temeljenje gradjevina*, Školska knjiga, Zagreb, 542.
- *** (1990): "Pravilnik o tehničkim normativima za temeljenje građevinskih objekata", Sl. list SFRJ, 15, Beograd, 661.
- SAMARDAKOVIĆ, M. (1988): "Modeli tla u analizi interakcije i određivanja Winkler-ovog modula reakcije tla", Zbornik radova Građevinskog fakulteta, 8, Niš, 53-65.
- SAMARDAKOVIĆ, M. (1991): "Određivanje racionalne debljine temeljne ploče i Winkler-ovog modula reakcije temeljnog tla za objekat Zona III u Nišu", Stručni elaborat, "Nišprojekt", Niš.
- SCOTT, R. F. (1981): *Foundation analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 229-230.
- SELVADURAI, A. P. S. (1979): *Elastic analysis of soil-foundation interaction*, Devel. in Geot. Eng., 17, Elsevier, Amsterdam, 409-413.
- SMITH, G. N., POLE, E. L. (1980): *Elements of foundation design*, Granada, London, 112.
- TENG, W. C. (1975): "Mat foundations", poglavlje 17 u *Foundation engineering handbook* (Winterkorn, H. F., Fang, H.-Y., editors), Van Nostrand Reinhold, New York, 530.

R E Z I M E

U ranijem radu autora (1988) predložen je iterativni postupak za određivanje Winkler-ovog statičkog modula reakcije tla (k_s) za savitljive temeljne nosače i ploče. Iz uslova da se površine efektivnog dejstva ploče od susednih stubova dodiruju, sada su uradjeni dijagrami za direktno određivanje "racionalne" debljine ploče i odgovarajućeg k_s , pri usvojenom rasteru stubova i empirijski poznatom modulu (k_p) ispod kvadratne ploče ivice 0,30 m. Moguće je odrediti k_s za proizvoljnu debljinu ploče, kao i najmanju debljinu krute ploče. Dijagrami omogućavaju lak uvid u značaj pojedinih uticaja (npr. dubine i oblika ploče) i ekonomičnije dimenzionisanje ploča. Uz primer primene dati su i dijagrami za specijalan slučaj ($k_p = 50 \text{ MN/m}^3$).